

ФГБОУ ВО «МГУТУ им. К.Г.Разумовского (ПКУ)»  
Университетский колледж информационных технологий

Рассмотрено предметной (цикловой)  
комиссией **Естественно-научных и  
математических дисциплин**

Утверждаю  
зам. директора по УМР

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016г.

Протокол № \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016г.

Председатель \_\_\_\_\_ Е.С. Биткина

\_\_\_\_\_ В.В. Лындина

Вопросы для повторения к экзамену по дисциплине

**Элементы высшей математики**

Специальность 09.02.03, группы 203, 204, 205к.

**Теоретическая часть.**

1. Основные понятия о дифференциальных уравнениях (ДУ) и задаче Коши.
2. Виды дифференциальных уравнений и методы их решения.
3. ДУ первого порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородные ДУ и линейные ДУ 1-го порядка.
5. Дифференциальные уравнения второго порядка. Характеристическое уравнение.
6. Общее решение линейного однородного ДУ 2-го порядка.
7. Общее решение линейного неоднородного ДУ 2-го порядка с различными видами правых частей.
8. Определение числового ряда. Сходимость числового ряда.  
Необходимый признак сходимости.
9. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера, Коши.
10. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
11. Функциональные последовательности и ряды. Степенной ряд.  
Радиус и интервал сходимости.
12. Ряд Тейлора, его частный случай - ряд Макларена. Формулы Тейлора.
13. Функция двух переменных. Основные понятия. Предел и непрерывность.  
Частные производные.
14. Полный дифференциал функции двух переменных. Производные сложной функции.
15. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие существования экстремумов.
16. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области.
17. Определения и свойства двойного интеграла. Условие существования и геометрический смысл.

18. Методы вычисления двойного интеграла, переход к повторному интегралу.
19. Двойные интегралы в полярных координатах. Методы вычисления и переход к повторному интегралу.
20. Объем тела, площадь боковой поверхности тела вращения через двойной интеграл.

**Практическая часть (примерные задания).**

21. Решить дифференциальные уравнения:

$$(y-1)^2 dx + (1-x)^3 dy = 0$$

$$2x^2 dy = (x^2 + y^2) dx$$

$$y^i + 2xy = 2x^2 e^{-x^2}$$

22. Решить дифференциальные уравнения:

$$y^{i \vee i - 4y} = x e^{x^i}$$

$$y^{i \vee i + 5y^i} = 50 \cos(5x)^i$$

23. Исследовать сходимости трех числовых рядов.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$$

24. Разложить заданные функции в ряд Тейлора.

$$f(x) = \ln(x) \quad \text{по степеням } (x-1)$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \quad \text{по степеням } (x-5)$$

$$f(x) = e^x \quad \text{по степеням } (x+2)$$

$$f(x) = \cos(x) \quad \text{по степеням } \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

- 25.

Найти частные производные первого порядка  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$

$$z = x^3 - 3x^2y + 4x^3y^2 - y^3$$

Найти полный дифференциал функции

$$z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$$

Найти производную сложной функции

$$\frac{dz}{du} = ? \quad z = e^{x^2+y^2}, \quad x = \cos(u), \quad y = \sin(u).$$

Найти частные производные второго порядка

$$z = 3x^2 - y^2 + 4y + 5$$

26. Найти экстремумы функции.

$$z = x^3 + xy^2 + 6xy$$

27. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области  $D$ .

$$z = x^2 + 3y^2 + x - y,$$

*область  $D$  - треугольник  $x \leq 0, y \geq 0, y - x \leq 1$*

28. Вычислить повторные интегралы.

$$\int_1^4 dx \int_1^3 (x^2 + 2xy^2) dy; \quad \int_{-2}^2 dy \int_0^{y^2} (y^2 + 2x) dx.$$

29. Вычислить двойные интегралы по области  $D$ .

$$\iint_D xy \, dx dy, \quad \text{где } D - \text{область, ограниченная}$$

*параболами  $y = x^2$  и  $x = y^2$ .*

$$\iint_D x \, dx dy, \quad \text{где } D - \text{область, ограниченная}$$

*линиями  $y = x^2, y = 2x, y = 3x$ .*

30. Вычислить двойные интегралы в полярной системе координат.

$$\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dx dy, \quad \text{где } D - \text{область,}$$

*ограниченная окружностью  $x^2 + y^2 \leq 1$ .*